**VII. Знаходження власних значень і власних векторів матриці А методом Крилова А.Н.**

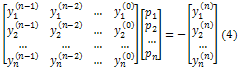
(Варіант 1)

**Теорія**

Розглянемо метод призначений для знаходження власних значень матриці. Нехай  характеристичний многочлен матриці А. Виходячи з того, що всяка матриця перетворює в нуль свій характеристичний многочлен, будемо мати 

Візьмемо тепер довільний ненульовий вектор , розмірність якого співпадає з розмірністю матриці А і помножимо обидві частини рівності (1) з правої сторони на даний вектор, отримаємо: .

Поклавши Метод Крилова рівність (2) можна переписати в наступному вигляді: Метод Крилова, або



де координати векторів Метод Крилова визначаються за наступною формулою Метод Крилова. Тобто, ми отримуємо систему лінійних рівнянь Метод Крилова, розв'язавши яку, отримуємо коефіцієнти характеристичного многочлена.

Даний розв'язок можна знайти будь-яким методом призначеним для знаходження рішення систем лінійних рівнянь ([метод Гаусса](http://www.mathros.net.ua/metod-gaussa-rozvjazok-systemy-linijnyh-rivnjan-metodom-gaussa.html), [метод простої ітерації](http://www.mathros.net.ua/nablyzhenyj-rozvjazok-systemy-linijnyh-rivnjan-metodom-prostoi-iteracii.html), [метод Зейделя](http://www.mathros.net.ua/nablyzhene-rozvjazannja-systemy-linijnyh-rivnjan-metodom-zejdelja.html) та інші). Якщо ж система (5) не має єдиного розв'язку, то в такому випадку рекомендується вибрати інший початковий вектор Метод Криловаі заново виконати зазначені дії.

**VII.** **Знаходження власних значень і власних векторів матриці А методом Крилова А.Н.**

(Варіант 1)

**Рішення**

**Задана матриця:**

**Виберемо початковий вектор:**

**Складаємо матричне рівняння:**

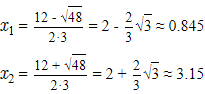
**Характеристичне рівняння:**

Відокремимо корні аналітичним методом.

Знаходимо критичні точки. Перша похідна:  
f'(x) = 3x2-12x+8  
Знаходимо нулі функції. Для цього прирівнюємо похідну до нуля:  
3x2-12x+8= 0

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння

D = b2 - 4ac = (-12)2 - 4·3·8 = 144 - 96 = 48

  
Складемо таблицю знаків виду:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| х | -∞ | 0.845 | 3.15 | +∞ |
| Sing f(x) | - | + | - | + |

В результаті аналізу таблиці отримаємо три відрізка на яких функція змінює знак: (-∞, 0.845], [0.845, 3.15], [3.15,+∞).

За допомогою метода Ньютона (дотичних) уточнюємо корені:

Для проміжку (-∞, 0.845],

ƛ1

Для проміжку [0.845, 3.15]

ƛ3

Для проміжку [3.15,+∞).

ƛ3 =

**Знайдемо коефіцієнти:**

λ**1 =**

q01 = 1  
q11 = () \* 1 – 6 = -6.115  
q21 = ) \* (-6.115) + 8 = 8.703

λ**2 =**

q02 = 1  
q12 = \* 1 – 6 = -2.139  
q22 = \* (-2.139)+ 8 = - 0.258

λ**3 =**

q03 = 1  
q13 = \* 1 – 6 = - 3.746  
q23 = \*(- 3.746) + 8 = - 0.44

**Власні вектора:**

;

**Протокол рішення в Scilab**

disp('Метод Крылова нахождения собственных значений и векторов')

A= [1 -1 2;

1 2 1;

2 0 3]

disp(A,'Исходная матрица:')

y0= [1; 0; 0]

y1=A\*y0

y2=A\*y1

y3=A\*y2

z=[y0 y1 y2 y3]

disp(z,' y0 y1 y2 y3','Найденные вектора:')

o=[0; 0; 0]

g=[y2 y1 y0 o -y3]

disp(g,'Матричное уравнение:')

G=[y2 y1 y0]

disp('Находим собственные значения:')

P=-G\y3

disp(P,'P=')

p1=poly([P(3) P(2) P(1) 1],'x','c')

disp(p1)

r=roots(p1)

disp(r)

q=[1;1;1]

disp('Находим собственные вектора:')

for i=1:size(A,'r')

q(1,i+1)=r(1)\*q(1,i)-P(i)

q(2,i+1)=r(2)\*q(2,i)-P(i)

q(3,i+1)=r(3)\*q(3,i)-P(i)

end

disp(q,'q=')

x1=poly([q(1,4) q(1,3) q(1,2) q(1,1)], 'x', 'c')

x2=poly([q(2,4) q(2,3) q(2,2) q(2,1)], 'x', 'c')

x3=poly([q(3,4) q(3,3) q(3,2) q(3,1)], 'x', 'c')

disp(roots(x3),'x3=',roots(x2),'x2=',roots(x1),'x1=');

**Вивід у консоль:**

-->

Метод Крылова нахождения собственных значений и векторов

A= [1 -1 2;

1 2 1;

2 0 3]

A =

1. -1. 2.

1. 2. 1.

2. 0. 3.

disp(A,'Исходная матрица:')

Исходная матрица:

1. -1. 2.

1. 2. 1.

2. 0. 3.

y0= [1; -1; 0]

y0 =

1.

0.

0.

y1=A\*y0

y1 =

1.

1.

2.

y2=A\*y1

y2 =

4.

5.

8.

y3=A\*y2

y3 =

15.

22.

32.

Z = [y0 y1 y2 y3]

z =

1. 1. 4. 15.

0. 1. 5. 22.

0. 2. 8. 32.

disp(z,' y0 y1 y2 y3','Найденные вектора:')

Найденные вектора:

y0 y1 y2 y3

1. 1. 4. 15.

0. 1. 5. 22.

0. 2. 8. 32.

o=[0; 0; 0]

o =

0.

0.

0.

g=[y2 y1 y0 o -y3]

g =

4. 1. 1. 0. -15.

5. 1. 0. 0. -22.

8. 2. 0. 0. -32.

disp(g,'Матричное уравнение:')

Матричное уравнение:

4. 1. 1. 0. -15.

5. 1. 0. 0. -22.

8. 2. 0. 0. -32.

G =

4. 1. 1.

5. 1. 0.

8. 2. 0.

Находим собственные значения:

P =

-6.

8.

1.

P=

-6.

8.

1.

p1 =

2 3

1 +8x -6x +x

r =

3.8608059

2.2541017

-0.1149075

3.8608059

2.2541017

-0.1149075

q =

1.

1.

1.

Находим собственные вектора:

q =

1. 9.8608059

1. 0.

1. 0.

q =

1. 9.8608059

1. 8.2541017

1. 0.

q =

1. 9.8608059

1. 8.2541017

1. 5.8850925

q =

1. 9.8608059 30.070657

1. 8.2541017 0.

1. 5.8850925 0.

q =

1. 9.8608059 30.070657

1. 8.2541017 10.605585

1. 5.8850925 0.

q =

1. 9.8608059 30.070657

1. 8.2541017 10.605585

1. 5.8850925 -8.6762415

q =

1. 9.8608059 30.070657 115.09697

1. 8.2541017 10.605585 0.

1. 5.8850925 -8.6762415 0.

q =

1. 9.8608059 30.070657 115.09697

1. 8.2541017 10.605585 22.906066

1. 5.8850925 -8.6762415 0.

q =

1. 9.8608059 30.070657 115.09697

1. 8.2541017 10.605585 22.906066

1. 5.8850925 -8.6762415 -0.0030344

q=

1. 9.8608059 30.070657 115.09697

1. 8.2541017 10.605585 22.906066

1. 5.8850925 -8.6762415 -0.0030344

x1 =

Real part

2 3

115.09697 +30.070657x +9.8608059x +x

Imaginary part

0

x2 =

Real part

2 3

22.906066 +10.605585x +8.2541017x +x

Imaginary part

0

x3 =

Real part

2 3

-0.0030344 -8.6762415x +5.8850925x +x

Imaginary part

0

x1=

-7.8985796

-0.9811131

-0.9811131

x2=

-7.2250098

-0.514546

-0.514546

x3=

-7.1060055

1.2212627

-0.0003497